MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 1
23.10.2019

Übungen zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Begründen Sie, daß die folgenden Funktionen partiell differenzierbar sind, und bestimmen Sie jeweils die partiellen Ableitungen.

   a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2) = x_1\, e^{-x_2}$.

   b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x_1, x_2) = \sin(x_1 \cdot x_2) + \cos(x_1^2 - x_2)$.

   c) $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad h(x, y) = x^3 y^2 - x + \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^4 + 1}}$.

2. *(Frühjahr 2014, Thema 2, Aufgabe 4)*
   Zeigen Sie, daß eine stetige Funktion $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ auf der Einheitskreislinie

   $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2 + y^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2$$

   weder injektiv noch surjektiv sein kann.

3. *(Herbst 2018, Thema 1, Aufgabe 3)*
   Sei $r > 0$ und $S_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = r^2\}$ sowie

   $$f : S_r \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^2 + y.$$

   Bestimmen Sie das Maximum von f auf S_r.

   Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle $0 < r \leq \frac{1}{2}$ *und* $r > \frac{1}{2}$.

4. *($\sim$Herbst 2013, Thema 2, Aufgabe 4b))*
   Sei $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0\}$ und $f : D \to \mathbb{R}$ gegeben durch

   $$f(x, y) = \left(x^2 + y^2\right) \exp(-x - y).$$

   Bestimmen Sie

   $$\sup\{f(x, y) \;:\; (x, y) \in D\}.$$

Abgabe bis 30.10.2019, 14:00 Uhr (Kasten vor der Bibliothek).